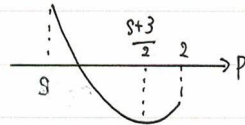


2014年 東大数学 大系第3問③ (解の図位置)

(iii-1) $0 \leq s \leq 1$ の場合

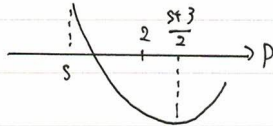
$s \leq p \leq 2$ で解を持つ。



$f(s) \geq 0$ か $f(\frac{s+3}{2}) \leq 0$ (iii-1) の結論

(iii-2) $1 \leq s \leq 2$ の場合

$s \leq p \leq 2$ で解を持つ。



$f(s) \geq 0$ か $f(2) \leq 0$ (iii-2) の結論

(i) ~ (iii) の 斜めを比較して

$$\begin{cases} -3 \leq s \leq -1 \text{ のとき, } f(0) \geq 0 \text{ か } f(\frac{s+3}{2}) \leq 0 \\ -1 \leq s \leq 0 \text{ のとき, } f(0) \geq 0 \text{ か } f(\frac{s+3}{2}) \leq 0 \\ 0 \leq s \leq 1 \text{ のとき, } f(s) \geq 0 \text{ か } f(\frac{s+3}{2}) \leq 0 \\ 1 \leq s \leq 2 \text{ のとき, } f(s) \geq 0 \text{ か } f(2) \leq 0 \end{cases}$$

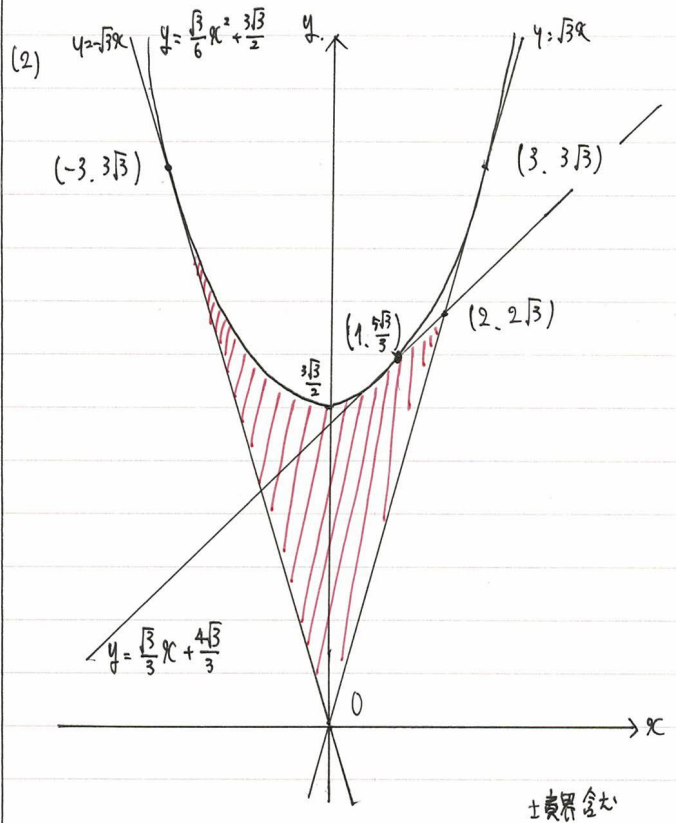
$$f(0) \geq 0 \Leftrightarrow t \geq -\sqrt{3}s$$

$$f(\frac{s+3}{2}) \leq 0 \Leftrightarrow t \leq \frac{\sqrt{3}}{6}s^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$f(s) \geq 0 \Leftrightarrow t \geq \sqrt{3}s$$

$$f(2) \leq 0 \Leftrightarrow t \leq \frac{\sqrt{3}}{3}s + \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

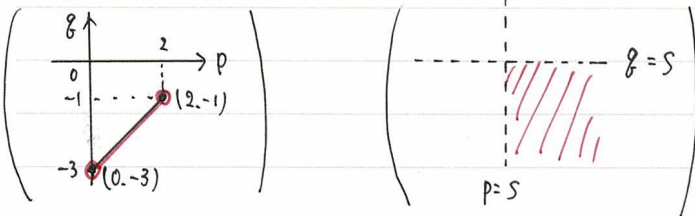
図の: 図示すると



解法 b

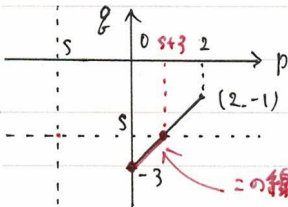
領域を利用して, (i) ~ (iii) の場合分岐を考察できる。

$$\begin{cases} 0 \leq p \leq 2 & \text{--- (1)} \\ -3 \leq q \leq 0 & \text{--- (2)} \\ p - q = 3 & \text{--- (3)} \\ q \leq s \leq p & \text{--- (4)} \end{cases}$$



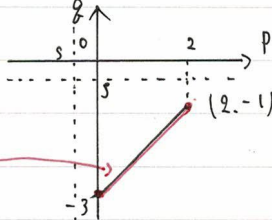
の領域を結合する

(i) $-3 \leq s \leq -1$ のとき



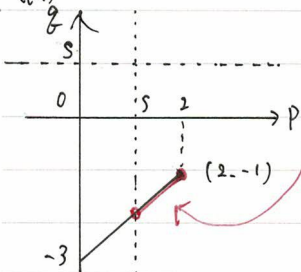
上図より $0 \leq p \leq s+3$

(ii) $-1 \leq s \leq 0$ のとき



上図より $0 \leq p \leq 2$

(iii) $0 \leq s \leq 2$ のとき



左図より

$s \leq p \leq 2$